بسمه تعالی

امتحان کنترل مدرن (قسمت دوم) **دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد**

نام و نام خانوادگی : .... شماره دانشجویی: .... تاریخ ۱۳۹۳/۱۰/۱۶

توجه:

- زمان پاسخگویی به این قسمت **۱۲۰دقیقه** است.
- از بین سوالات زیر **فقط** به ۶ سوال پاسخ دهید. در ابتدای پاسخنامه سوال حذف شده را تعیین کنید. در صورت پاسخ به همه سوالات، سوال هفتم تصحیح نخواهد شد.

۱- ثابت کنید برای ماتریس $A_{n\times n}$ رابطه $\boldsymbol{A}^{\mathrm{k}}=\boldsymbol{0}$ برای $k\geq m$ برقرار است اگر و فقط اگر ماتریس دارای مقدار ویژه صفر با مرتبه تکرار n بوده و بزرگترین بلوک جردن متناظر با مقدار ویژه صفر کوچکتر یا مساوی m باشد. (۳ نمره)

۲- برای ماتریس انتقال مقابل یک پیاده سازی در فرم کانونی مشاهده پذیر بنویسید. (۲ نمره)

$$\hat{G}(s)=\begin{bmatrix}\frac{2}{s+1} & \frac{2s-3}{(s+1)(s+2)}\\ \frac{s-2}{s+1} & \frac{s}{s+2}\end{bmatrix}$$

۳- سیستم هم ارز حالت صفر با کمترین درجه ممکن برای سیستم زیر بدست آورید. (۲/۵ نمره)

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & -2\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix}u$$
$$y=\begin{bmatrix}1 & 0 & 3\end{bmatrix}x$$

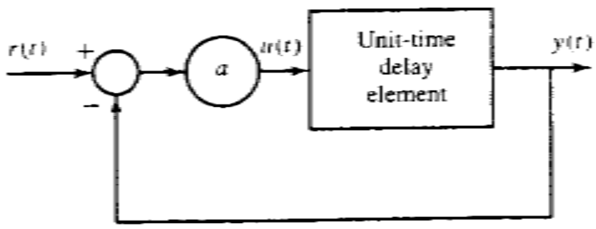
۴- سیستم مقابل را در نظر بگیرید. (۳ نمره)

با استفاده از تبدیل همانندی سیستم را به سیستمی تبدیل کنید که مقادیر ویژه روی قطر اصلی باشد.

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & -6 & -5\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}u$$
$$y=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\end{bmatrix}x$$

۵- اگر $A=\begin{bmatrix}0 & 0 & -2\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 3\end{bmatrix}$ مطوبست تعیین $Sin(At)$ (۲/۵ نمره)

۶- سیستم مقابل را در نظر بگیرید: (۲/۵ نمره)



الف) پایداری (BIBO) سیستم را به ازای $a<1$ بررسی کنید.

ب) پایداری (BIBO) سیستم را به ازای $a>1$ بررسی کنید.

ج) به ازای $a=1$ ورودی محدود $r(t)$ بیابید که به ازای آن خروجی نامحدود باشد.

۷- در کنترل پذیری و مشاهده پذیری سیستم مقابل بحث کنید. (با ذکر دلیل) (۲/۵ نمره)

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}\lambda_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \lambda_1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \lambda_1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 2 & 4 & 2\\ 1 & 2 & 1\\ 1 & 2 & 3\\ 2 & 4 & 2\\ 1 & 2 & 1\end{bmatrix}u$$

$$y=\begin{bmatrix}1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 2 & 1\\ 1 & 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 2 & 3 & 0 & 2 & 0\end{bmatrix}x$$